

Distributionentheorie, Sobolevräume und elliptische Differentialgleichungen (2 SWS, 5 ECTS)

Cornelia Schneider schneider@math.fau.de

Sommersemester 2020

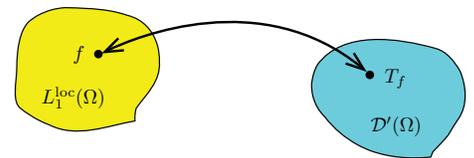
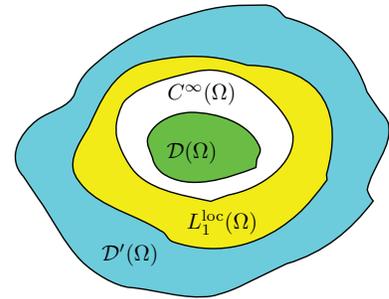
(1) Distributionentheorie

Distributionen können als eine Verallgemeinerung des Begriffs der Funktion angesehen werden. Sie ermöglichen es, Lösungen für Differentialgleichungen zu definieren, die im klassischen Sinn nicht hinreichend oft differenzierbar oder gar nicht definiert sind (distributionelle Lösung). Wir beschäftigen uns in der Vorlesung u.a. mit:

- Testfunktionen $\mathcal{D}(\Omega)$
- Distributionen $\mathcal{D}'(\Omega)$ und deren Eigenschaften
- Reguläre Distributionen: $f \in L_1^{\text{loc}}(\Omega) \iff T_f \in \mathcal{D}'(\Omega)$

$$T_f(\varphi) := \int_{\Omega} f(x)\varphi(x)dx, \quad \varphi \in \mathcal{D}(\Omega)$$

- Delta-Distribution $\delta_a(\varphi) := \varphi(a), \quad \varphi \in \mathcal{D}(\Omega)$.
- Fouriertransformation auf dem Raum $\mathcal{S}'(\mathbb{R}^n)$ der temperierten Distributionen



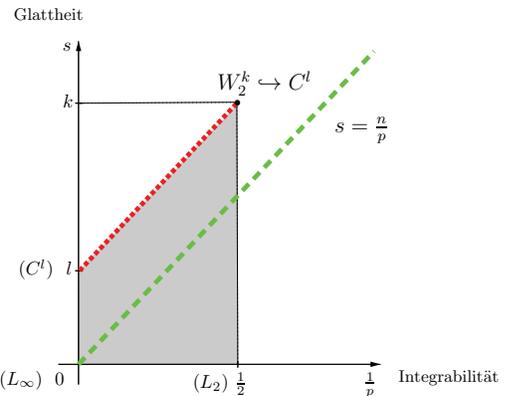
(2) Sobolevräume

Wir geben eine Einführung in die Theorie der Sobolevräume

$$W_p^k := \{f \in L_p : D^\alpha f \in L_p, |\alpha| \leq k\},$$

welche unerlässlich sind für das Studium von partiellen Differentialgleichungen. Wir behandeln insbesondere:

- Randwerte, Sobolevsche Einbettungssätze
- Äquivalente Normen
- Ungleichungen

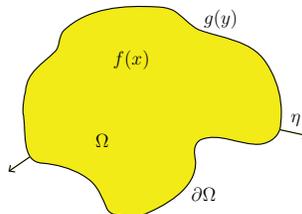


(3) Elliptische Differentialgleichungen

Mit Hilfe der vorangegangenen Theorie untersuchen wir elliptische Differentialgleichungen. Als Standardbeispiel betrachten wir die Poisson-Gleichung auf glatten Gebieten $\Omega \subset \mathbb{R}^n$.

Wir studieren:

- Randwertprobleme
- A-priori-Abschätzungen
- L_2 -Theorie für den Laplace Operator



Dirichlet Problem:

$$\begin{aligned} -\Delta u &= f \quad \text{in } \Omega, \\ u|_{\partial\Omega} &= g. \end{aligned}$$

Neumann Problem:

$$\begin{aligned} -\Delta u &= f \quad \text{in } \Omega, \\ \frac{\partial u}{\partial \eta}|_{\partial\Omega} &= g. \end{aligned}$$

Vorkenntnisse: Grundvorlesungen Analysis sind wünschenswert. Die Vorlesung richtet sich an Bachelor- und Masterstudenten.

Literatur

[AF03] R. A. Adams, J. J. F. Fournier. *Sobolev Spaces*. Pure and Applied Mathematics 140, Elsevier, Academic Press, 2003.

[HT08] D. D. Haroske, H. Triebel. *Distributions, Sobolev spaces, Elliptic equations*. EMS Textbooks in Mathematics, European Mathematical Society (EMS), Zürich, 2008.

[T92] H. Triebel. *Higher Analysis*. J. A. Barth, Leipzig, 1992.