FRIEDRICH-ALEXANDER UNIVERSITÄT ERLANGEN-NÜRNBERG
NATURWISSENSCHAFTLICHE FAKULTÄT

Querschnittsmodul
Lineare und nichtlineare Systeme (LNS)
Sommersemester 2021

Dr. Dieter Weninger
FAU Erlangen-Nürnberg, Lehrstuhl Wirtschaftsmathematik

Erlangen, 11.01.2021

WIRTSCHAFTS MATHEMATIK

Grundlegende Informationen

- Art der Lehrveranstaltung: Querschnittsmodul (10 ECTS)
- Verwendbarkeit: Als Querschnittsmodul in den Studiengängen Bachelor Mathematik, Technomathematik und Wirtschaftsmathematik
- Titel: Querschnittsmodul Lineare und nichtlineare Systeme (LNS)
- Dozent/Kontakt: Dr. Dieter Weninger, dieter.weninger@fau.de
- Empfohlene Vorkenntnisse: Lineare Algebra I/II, Analysis I/II
- Literatur:

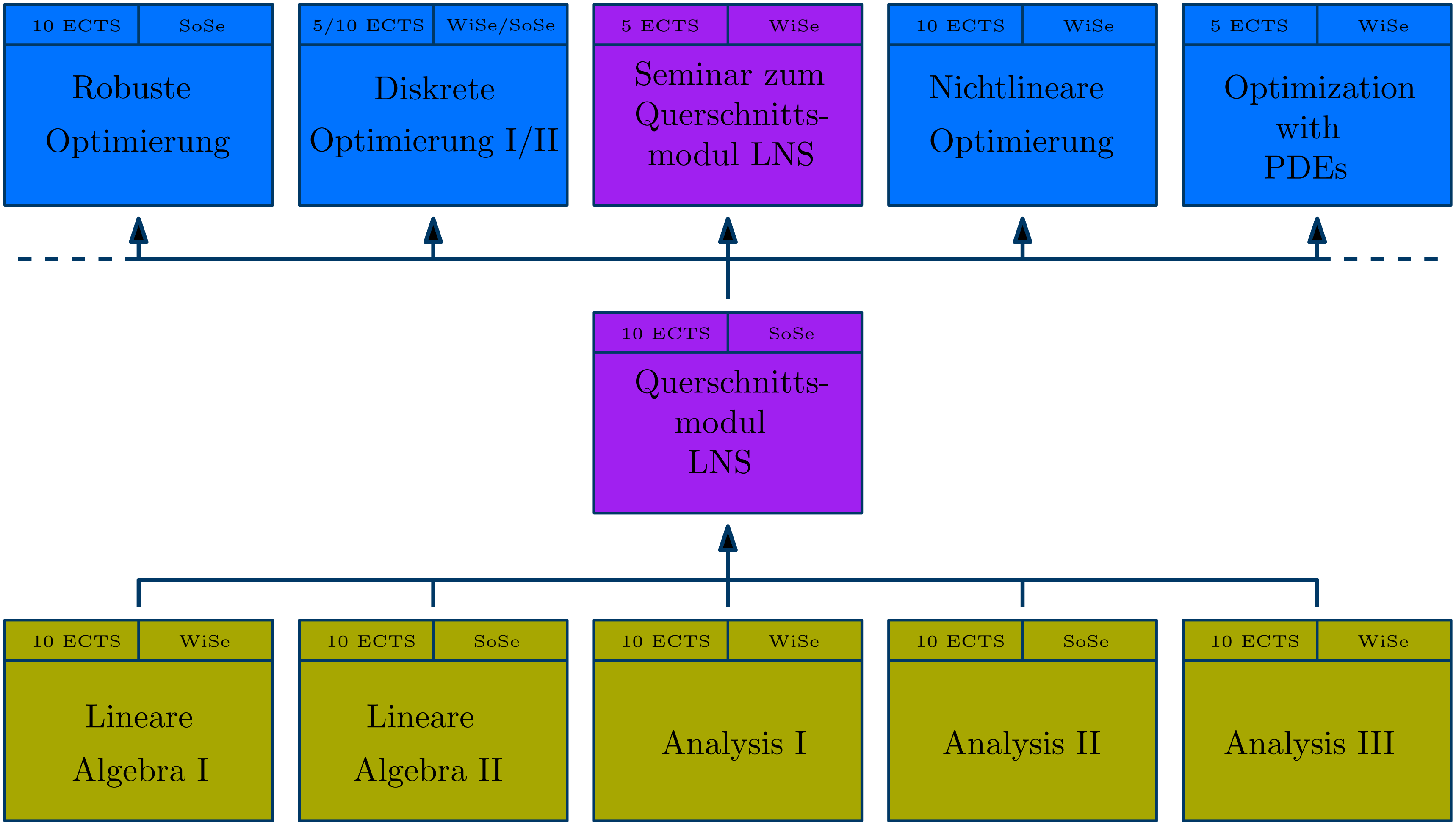
  W. Alt: Nichtlineare Optimierung
  Y. Pochet, L. A. Wolsey: Production Planning by Mixed Integer Programming
  P. Belotti et al.: Mixed-integer Nonlinear Optimization
  D. E. Kirk: Optimal Control Theory: An Introduction
- Ort und Zeit:

  Vorlesungen: Dienstag 8:00 - 10:00, Donnerstag 10:00 - 12:00
  Übungen: Mittwoch 14:00 - 16:00, Donnerstag 12:00 - 14:00
  Tafelübung: Donnerstag 9:15 - 10:00

Ziele

1. Inhalte der Linearen Algebra und Analysis anwenden und vertiefen.
2. Unterschiede zwischen linearen und nichtlinearen Systemen verstehen.
3. An aktuelle Forschungsthemen der gemischt-ganzzahligen linearen und nichtlinearen Optimierung heranführen.
4. Weiterführende Module der Optimierung vorbereiten.

Auszug Studienverlauf



Inhalt

Grundlagen:

1. Lineare/nichtlineare Ungleichungssysteme
   (z.B. Alternativsätze, Halbgeordnete Vektorräume und Kegel)
2. Iterationsverfahren
   (z.B. Fixpunktsatz von Banach, lineare/nichtlineare Gleichungssysteme)
3. Grundlagen der unrestringierten/restringierten Optimierung
   (z.B. Konvexität, Optimalitätskriterien)

Gemischt-ganzzahlige Optimierung und Steuerung:

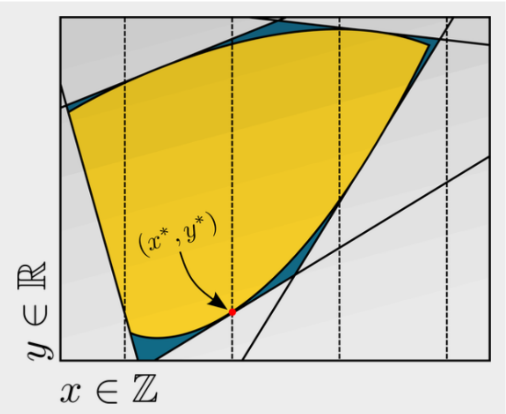
4. Gemischt-ganzzahlige lineare Optimierung (MIP)
   (z.B. Branch-and-Cut, Dynamic Programming, Extended Formulations)
5. Gemischt-ganzzahlige nichtlineare Optimierung (MINLP)
   (z.B. MIP- und NLP-Techniken, lineare Relaxierungen)
6. Optimale Steuerung linearer Differentialgleichungssysteme
   (z.B. Matrix-Exponentialfunktion, Steuerbarkeit, Maximum-Prinzip)

Gemischt-ganzzahlige nichtlineare Optimierung

Ein gemischt-ganzzahliges nichtlineares Optimierungsproblem (MINLP) hat die Gestalt

$$
\begin{aligned}
\min_{x,y} \quad & f(x,y) \\
\text{s.t.} \quad & g(x,y) \leq 0, \\
& x \in X \subseteq \mathbb{Z}^p, \\
& y \in Y \subseteq \mathbb{R}^n,
\end{aligned}
\tag{1}
$$

wobei $f : (X,Y) \to \mathbb{R}$ und $g : (X,Y) \to \mathbb{R}^m$.



Ein derartiges Paradigma erlaubt die Modellierung einer Vielzahl von Problemstellungen, da gemischt-ganzzahlige lineare Optimierungsprobleme (MIP), nichtlineare Optimierungsprobleme (NLP) und lineare Optimierungsprobleme (LP) als Spezialfälle enthalten sind.

Wir wollen uns anschauen, wie man einschlägige Probleme als LP, NLP, MIP und MINLP modellieren und lösen kann.

Optimale Steuerung linearer Differentialgleichungssysteme

Eine recht allgemeine Struktur von Optimalsteuerungsproblemen ist

$$
\begin{aligned}
\min_{u \in U} \quad & J(u) := V(x(T), T) + \int_{t_0}^{T} l(x(t), u(t), t)\, dt && (2)\\
\text{s.t.} \quad & \dot{x} = f(x(t), u(t), t), \quad x(t_0) = x_0, && (3)\\
& g(x(T), T) = 0, && (4)\\
& h(x(t), u(t), t) \leq 0 \quad \forall t \in [t_0, T]. && (5)
\end{aligned}
$$

Sowohl die Art des Kostenfunktionals (2), die Differentialgleichung (3), die Endbedingungen (4), die Beschränkungen (5) als auch die Endzeit T haben Einfluss auf die Charakteristik des Optimierungsproblems.

Im Gegensatz zu (1) wird nun kein optimaler Lösungsvektor (x^*, y^*), sondern eine optimale Steuerungsfunktion u^* gesucht.

Konsekutives Seminar

- Im anschließenden Wintersemester (2021/22) findet ein aufbauendes Seminar zum Querschnittsmodul LNS statt.
- Gegenstand des Seminars sind Bücher und/oder Publikationen, die forschungsrelevante Themen der gemischt-ganzzahligen linearen/nichtlinearen Optimierung und/oder optimalen Steuerung vertiefen.
- Das Ziel des Seminars besteht darin ein vorgegebenes Thema auszuarbeiten und einen Vortrag mit Latex-Folien zu halten.