

Bachelor-Seminar Mannigfaltigkeiten

Sommersemester 2022

Neeb

1 Modalitäten

- Termin Vorbesprechung: 31. Januar 2022, 12:15 Uhr, (Übung 2)
- Termin (im SS22): voraussichtlich Dienstag 16:15 Uhr (Übung 2)
- Voraussetzungen: Theorie der Mannigfaltigkeiten, z.B. die Vorlesung “Geometrie von Mannigfaltigkeiten” im WS 21/22
- Jeder Teilnehmer hält einen Vortrag, zu dem eine 5-10-seitige Ausarbeitung angefertigt wird.
- Der Vortrag kann die Grundlage für eine Bachelorarbeit sein, muss aber nicht. Idealerweise ist die Bachelorarbeit eine Vertiefung der Seminararbeit, die vor Anfang des Wintersemesters abgeschlossen wird.
- Eine Bachelorarbeit im Bereich “Algebra und Geometrie” kann auch unabhängig von diesem Seminar bei einem anderen Dozenten (Fiebig, Knop, Meusburger, Li) angefertigt werden.
- Für das Bachelorseminar gibt es keine Note.

2 Themenkomplexe

In diesem Seminar werden Themenfelder angeboten, die verschiedene Aspekte der Geometrie von Mannigfaltigkeiten betreffen:

2.1 Geometrie

- Vektorbündel (Schnitte und Bündelabbildungen); [Lee06, §5, S.103-118] (2 Vorträge)
- Tensoren und Tensorfelder [Lee06, §11, S.260-273] (1 Vortrag)
- Riemannsche Metriken [Lee06, §11, S.273-285] (1 Vortrag)
- Sprays (Differentialgleichungen 2. Ordnung) und ihre Exponentialabbildung [BJ83, §11,12; S.113-124] (siehe auch [MN12, §4.1]) (1 Vortrag)
- Supermannigfaltigkeiten [Va04, §4] (1-2 Vorträge)

2.2 Topologie

- De Rham Kohomologie (Homotopieinvarianz, Mayer–Vietoris-Folge) [Lee06, §15, S.388-407] (2 Vorträge)
- Singuläre Homologie und Kohomologie (Singuläre Homologie, Singuläre Kohomologie, glatte singuläre Homologie, Mayer–Vietoris-Sätze) [Lee06, §16, S.410-424] (1 Vortrag)
- Der Satz von de Rham [Lee06, §16, S.424-430] (1 Vortrag)

2.3 Anwendungen in der Physik

- Hamiltonsche Gleichungen [MR99, §2, S.61-86; §5] (1 Vortrag)
- Hamiltonsche Vektorfelder und Poissonklammern [MN12, §4.4, 4.5] (1 Vortrag)

Literatur

- [BJ83] Bröcker, T., K. Jänich, “Einführung in die Differentialtopologie”, Springer, 1973
- [Lee06] Lee, J.M., “Introduction to Smooth Manifolds,” Graduate Texts in Mathematics **218**, Springer, 2006
- [MR99] Marsden, J., and T. Ratiu, “Introduction to Mechanics and Symmetry. A Basic Exposition of Classical Mechanical Systems,” Springer, 1999
- [MN12] Meusburger, C., and K.-H. Neeb, “Geometry and Physics,” Lecture Notes, 2012
- [Va04] Varadarajan, V. S., “Sypersymmetry for Mathematicians: An Introduction,” Amer. Math. Soc., Courant Lecture Notes **11**, 2004